Institut für Baumechanik
und Numerische Mechanik

Erwin Stein
Univ.-Professor em. Dr.-Ing. habil.
Dr.-Ing. E. h. Dr. h. c. mult.
Kurator der Leibniz-Ausstellung

Prof. E. Stein, IBNM, Leibniz Universität Hannover, Appelstr. 9A, 30167 Hannover

Leibniz Universität Hannover

Institut für Baumechanik
und Numerische Mechanik
Gottfried Wilhelm Leibniz
Universität Hannover
Appelstr. 9A, D-30167 Hannover

Tel: +49-(0)511-762-42 90
Fax: +49-(0)511-762-19053
eMail: stein@ibnm.uni-hannover.de
www.ibnm.uni-hannover.de

16. Februar 2016

- **Rechenbeispiel im Film:**

Die im Videoclip durchgeführte Multiplikation 345 679 x 9 ergibt 3 111 111, was man im Ergebniswerk der Maschine ablesen kann.

- **Erläuterungen zum Videoclip der Landeshauptstadt Hannover „Rechnen mit der leibnizschen Vier-Spezies-Rechenmaschine" vom Dezember 2015 in der Leibniz-Dauerausstellung der Leibniz Universität Hannover**

Gottfried Wilhelm Leibniz hat seine **erste Vier-Spezies-Rechenmaschine seit 1673** zunächst in Paris und dann in Hannover sowie benachbarten Städten konstruiert und bauen lassen.
Die bereits **1623** von **Professor Wilhelm Schickard** zweigeteilte Maschine für Multiplikation und Division von jeweils zwei Dezimalzahlen sowie für Addition und Multiplikation ging durch Brand bald verloren.
Die von **Blaise Pascal seit 1642** mit 54 Exemplaren gebaute 6-stellige Additions- und auch für Subtraktionen erweiterte Maschine war – wie bei Schickard – eine Getriebemaschine mit sukzessiver Zifferneingabe von rechts nach links durch Drehen eines Stiftes in das Rechenwerk, in dem sogleich die Addition mit bereits vorher eingegebenen Zahlen erfolgte. Infolge der zeitlich nacheinander durchgeführten Eingaben der Ziffern erfolgen die Zehnerüberträge problemlos.

Leibniz' neue geniale Erfindung in seiner ***machina arithmetica*** war die Vereinigung aller vier Grundrechenarten. Hierfür erfand er eine Zahleneingabe, bei der alle Ziffern einer maximal 8-stelligen Zahl zunächst durch Drehen von Drehgriffen in das Eingabewerk eingestellt werden – also nicht nacheinander wie bei Pascal – und dann durch die Drehung der Magna-Rota-Kurbel um 360° in das Rechenwerk übertragen und bei Addition zugleich zu einer bereits vorhandenen Zahl addiert werden. Hierdurch ergibt sich das grundlegende Problem, dass zwischen den Zehnerüberträgen der von rechts nach links zu addierenden (oder subtrahierenden) Ziffern keine

Zwischenzeiten wie bei Pascal verfügbar sind, sodass theoretisch nur zwei aufeinander folgende Zehnerüberträge richtig durchgeführt werden.

Leibniz hatte dies erkannt und ließ auf die Wellen der Zehnerüberträge (mit Muldenrad, Fünfhorn sowie Rastkerbenrad) Pentagonscheiben einbauen, die sich bei nicht vollendeten Zehnerüberträgen um 18° drehen. Bei der Multiplikation oder Division vielstelliger Zahlen werden bisher nicht vollendete Zehnerüberträge teilweise durchgeführt, aber am Ende, z.B. einer Multiplikation, können mehrere Pentagonscheiben schräg stehen und damit zu einem durch die Schrägstellungen angezeigten falschen Ergebnis führen.
Deshalb stellte sich seit 300 Jahren die wichtige Frage, wie diese Zehnerüberträge vollendet werden können.
Die Lösung wurde **2004** zunächst von **Klaus Badur** mit folgendem erweiterten Algorithmus gefunden: Bei einer Multiplikation stelle man am Ende der Berechnung den Multiplikanden im Einstellwerk auf Null und drehe die Magna-Rota-Kurbel – sozusagen im Leerlauf – so viele Mal um 360°, bis alle Pentagonscheiben wieder in die Ausgangsstellung zurückgedreht wurden.
Bei den Vorbereitungen für das Buch „Das Letzte Original" von A. Walsdorf, K. Badur, E. Stein und F.O. Kopp, Hg. Gottfried-Wilhelm-Leibniz-Bibliothek 2014, konnte nachgewiesen werden, dass Leibniz selbst bereits diese Vollendung der Zehnerüberträge kannte und damit alle Kritiken an der leibnizschen Rechenmaschine aufgehoben waren.

Die erste von **Leibniz** in Paris konzipierte und von **Olivier** (wahrscheinlich ist dies sein Vorname) in Paris **1673** begonnene und in Hannover und anderen Städten vollendete sog. ältere große, offenbar qualitativ hochwertige, Maschine ging verloren und die zweite, sog. **jüngere große Maschine** mit 8 Eingabe-, 16 Resultat- und einer Zählwerkstelle wurde nach dem Tod von Leibniz 1716 in der von ihm begründeten Bibliothek archiviert, der heutigen Gottfried Wilhelm Leibniz Bibliothek – Niedersächsische Landesbibliothek(GWLB).
Diese Maschine wurde von **1692-98** gebaut und bis zu Leibniz Tod immer wieder repariert und verbessert, weil sie Hemmungen und Blockaden aufwies.

In den **1980er Jahren** entwarf und baute **Professor N. J. Lehmann, TU Dresden**, mehrere Nachbauten der leibnizschen Maschine mit abnehmenden Spreizwinkeln der Zweihornräder, die jeweils zwischen zwei Staffelwalzen angeordnet sind, sich mit

diesen beim Drehen der Magna-Rota-Kurbel drehen und so die Fünfhörner (der Zehnerüberträge) mitnehmen. Damit erfolgen – wie in der pascalschen Maschine – die Zehnerüberträge nacheinander und werden so vollendet.
Leider haben auch die lehmannschen Maschinen in den ursprünglichen Entwürfen Mängel, insbesondere zu kleine Spreizwinkel von der 4. auf die 5. Stelle der 8-stelligen Zahleneingabe, wodurch die Spreizwinkel ständig im Eingriff mit den Fünfhörnern sind.

An der **Universität Hannover** wurde von **E. Stein, K. Popp† und F. O. Kopp† seit 1988** die leibnizsche Maschine konstruktiv und mathematisch erforscht.
Mit einem von der Deutschen Forschungsgemeinschaft geförderten Projekt wurde von K. Popp und E. Stein unter maßgebender Mitwirkung von F. O. Kopp **in den Jahren 2003 bis 2005 ein konstruktiv und mathematisch optimierter Nachbau** der leibnizschen Rechenmaschine im vergrößerten Maßstab 2:1 mit 6 Stellen im Eingabewerk, 12 Stellen im Resultatwerk und 1 Stelle im Zählwerk in der Werkstatt des Instituts für Dynamik und Schwingungen der Universität Hannover, Leiter J. Anton, verwirklicht.
Hierfür hatten E. Stein und K. Wiechmann ein vollständig mathematisches Modell der Zehnerüberträge in Verbindung mit der Zahleneingabe erstellt und eine Mehrzieloptimierung (Pareto-Optimierung) mit 3 Zielfunktionen und 8 Designvariablen durchgeführt. Hierdurch ergaben sich geänderte Konstruktions-Parameter, nämlich die Radien und Weiterdrehwinkel aller an den Zehnerübertragungen beteiligten Zahnräder sowie Änderungen des Zwischenwinkels der Zähne der Staffelwalzen (Reduktion des Gesamtwinkels der Zähne von 180° – bei Leibniz – auf 168°).
Dieser optimierte Nachbau geschah unter der Prämisse der möglichst weitgehenden Einhaltung der Authentizität. Hierdurch wurde auch die Vollendung aller Zehnerüberträge ohne Nullsetzen des Multiplikanden wie folgt erreicht: Da der bei Leibniz zulässige Weiterdrehwinkel der Magna-Rota-Kurbel vor einer weiteren Addition oder Subtraktion um 2,5° kleiner ist als der notwendige Winkel zur Vollendung der Zehnerüberträge scheidet eine solche Korrektur aus. In dem Nachbau ist der Differenzwinkel positiv, sodass nach schrägstehenden Pentagonscheiben lediglich die Weiterdrehung der Magna-Rota-Kurbel um 87° (beschränkt durch einen Stift) erfolgt und so die Zehnerüberträge vollendet werden.

Selbst wenn Leibniz abnehmende Zweihornspreizwinkel konzipiert hätte, wäre die konstruktive Durchführung mit weiteren

Konstruktionsparametern noch viel komplizierter geworden. Deshalb ist die leibnizsche Konstruktion mit den damaligen Möglichkeiten der Fertigung als genial und völlig gerechtfertigt zu bezeichnen.
Für die Multiplikation oder Division vielstelliger Zahlen wollte er nicht wie bei Pascal jede Zahl immer wieder durch das nacheinander erfolgende Drehen von Eingaberädern mit einem Stift eingeben sondern nur jeweils einmal durch 360°-Drehungen der Magna-Rota-Kurbel.
Im Übrigen scheiterte der Versuch, die Pareto-Optimierung mit konstanten Zweihorn-Spreizwinkeln durchzuführen; es gab keine konvergenten Lösungen.